الثانية علوم ساعتان	فرض رقم 1 2019-2018	ثانوية جعفر الفاسي

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x(e^{x}-1)^{2}$

و ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\,cm$

الجزء (1)

1) أ) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أن المستقيم $y=x$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $-\infty$

ج) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

2) أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن $f'(x)=(e^{x}-1)(e^{x}-1+2xe^{x})$

ب) تحقق أن $f'(0)=0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ) بين أن $(\forall x>0)\ e^{x}-1+2xe^{x}>0$ و أن $(\forall x<0)\ e^{x}-1+2xe^{x}<0$

ب) استنتج أن f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول التغيرات

4) أ) تحقق أن $f(x)-x=x\,e^{x}(e^{x}-2)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $y=x$ (Δ)

5) أرسم المنحنى (C) (نعطي (C) يقبل نقطتي انعطاف افصولاهما 0 و $-2{,}3$)

6) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية g محددا مجموعة تعريفها

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=x$

ج) أرسم في المعلم السابق المنحنى (C') للدالة g

الجزء (2)

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=g(U_n)$

1) بين أن $0<U_n<\ln 2$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

الجزء (3)

لتكن S مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و $x=0$ و $x=\ln 2$

1) أ) بين أن الدالة $x\to xe^{2x}$ تقبل دالة اصلية على $\mathbb{R}$

ب) بين أن $x\to\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة $x\to xe^{2x}$ و استنتج قيمة التكامل $I=\int_{0}^{\ln 2} xe^{2x}dx$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{0}^{\ln 2} 2xe^{x}\,dx=-2+4\ln 2$ ثم استنتج ب cm^{2} المساحة S

3) حدد ب cm^{2} مساحة الحيز المحصور بين (C) ، (C') و المستقيمين $x=0$ و $x=\ln 2$